« بسمه تعالی »

- بر گرفته از مبانی تئوری مهندسی زلزله
- شامل مراحل گام به گام انواع تحلیل های طیفی و تاریخچه زمانی و .....

- مطالعه حرکات زمین
- بررسی روشهای ارزیابی و برآورد خطی زلزله
- بررسی رفتار دینامیکی سازه ها در زمینلرزه
- تعیین مقررات طرح ساختمانها در برابر زلزله

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

بسم الله الرحمن الرحیم

پیشگفتار :

مهندسی زلزله از جمله رشته های جوان در مهندسی است که طی دهه اخیر توسعه فراوانی پیدا کرده و تحولاتی را در این شاخه از علوم کاربردی ایجاد کرده است . اساساً هـدف از این رشـته آنست که روشها و دستور العمل های کاربردی در اختیار مهندسان و دست اندرکاران ساختمان قرار گیرد تا طرح و اجرای سازه ها در مناطق زلزله خیز به گونه ای باشد که در مقابل زلزله مقاومت نموده و تلفات و خسارتها را به حداقل ممکن کاهش دهد .

بطور کلی مهندسی زلزله را می توان به چهار سر فصل عمده به شرح ذیل تقسیم نمود :

- مطالعه حرکات زمین
- بررسی روشهای ارزیابی و برآورد خطی زلزله
- بررسی رفتار دینامیکی سازه ها در زمینلرزه
- تعیین مقررات طرح ساختمانها در برابر زلزله

در این میان طراحی سازه های مقاوم در برابر زلزله علم گسترده ای می باشد که از پیچیدگی خاصی برخوردار بوده و لذا ارائه روشهای نظری خاص و یا معیارهای ویژه طراحی در این مورد برای هر پروژه بصورت جداگانه امری لازم به نظر می رسد .

با عنایت به اینکه کشور در ناحیه زلزله خیز قرار دارد ، لذا شایسته خواهد بود ، حفظ و صیانت از حیات افراد و نیز پایداری و حفاظت تأسیسات و سازه ها بطور کامل ملحوظ گردد . در ضمن قبل از اجرای طرح های عمرانی و صنعتی که از اهمیت ویژه ای در تمام جهان برخوردار می باشند ، تدابیر ایمنی لازم در مقابل زلزله بکار گرفته شود و بررسی و مطالعات لازم صورت پذیرد .

هدف اصلی مجموعه ای که پیش رو دارید ، ارائه مبانی تحلیل لرزه ای سازه هاست . در این مجموعه از مبانی تحلیل سازه ها به ویژه روش سختی استفاده شده است . همچنین پاره ای از نیازهای بحث ، نظیر تحلیل دینامیکی ، به صورت خلاصه و مفید به نظر خوانندگان می رسد .

عناوین | صفحه

۱) ویژگیهای زمینلرزه ۱
1-1 امواج زمینلرزه ۱
2-1 کانون زازله-مرکز زلزله ۲
3-1 مقیاس زمینلرزه ۲
4-1 انتخاب زلزله طرح ۳
۲) مبانی تحلیل دینامیکی ۴
1-2 تفاوت مسأله دینامیکی و ایستا ۴
2-2 روشهای تحلیل دینامیکی ۴
3-2 نیروهای موثر در تحلیل دینامیکی ۴
-1 نیروی کشسان ۴
-2 نیروی میرایی ۷
-3 نیروی لختی ۷
۳) دستگاه یک درجه آزادی ۸
1-3 تعادل دینامیکی ۸
2-3 دستگاه نامیرا ۹
1-2-3 نوسان آزاد ۹
2-2-3 نوسان همساز ۱۰
3-2-3 پاسخ ضربه ۱۱
4-2-3 شتاب پایه دلخواه ۱۱
3-3 اثر میرایی ۱۳
1-3-3 پاسخ نوسان آزاد ۱۳
2-3-3 شتاب پایه همساز ۱۴
3-3-3 شتاب پایه ضربه ای ۱۴
4-3-3 شتاب پایه کلی ۱۵
۴) مختصات عمومی ۱۶
1-4 مختصات عمومی یک درجه آزادی ۱۶
2-4 سازه با جرم متمرکز ۱۸
3-4 پاسخ نوسان آزاد ۱۹
4-4 شتاب پایه همساز ۱۹
5-4 شتاب پایه ضربه ای ۱۹
6-4 روش دوهامل ۲۰

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

۵) تحلیل تاریخچه زمانی ۲۲

1-5 تحلیل شتاب زمینلرزه ۲۲

2-5 مقیاس کردن پاسخ ۲۲

3-5 تشدید در هنگام زلزله ۲۳

4-5 مراحل گام به گام مسائل تاریخچه زمانی ۲۳

۶) روش تحلیل دینامیکی طیفی ۲۴

1-6 مراحل گام به گام مسائل تحلیل دینامیکی طیفی ۲۴

2-6 طیف طرح ایران ۲۵

۷) ساختمانهای برشی ۲۶

1-7 فرضیات و معادلات حرکت ۲۶

2-7 بسامد طبیعی و شکل مدها ۲۷

3-7 مراحل گام به گام تعیین بسامد طبیعی سازه ۲۹

4-7 تحلیل تاریخچه زمانی ۳۰

5-7 مراحل گام به گام روش تاریخچه زمانی ۳۱

6-7 بکار بردن طیف طرح ۳۲

۷-۴ -۱ روش « *SRSS* » ۳۳

۷-۴ -2 روش « *CQC* » ۳۳

۷-۴ -3 ضریب همبستگی ۳۳

7-7 مراحل گام به گام روش تحلیل طیفی ۳۴

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت **موج عمران** بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

وبلاگ موج عمران www.civilwave.blogfa.com

ویژگیهای زمینلرزه ۱

مهمترین نظریه در زمینه پدیده زلزله ، نظریه حرکت **(تکتونیک)** صفحه ای است . بر اساس این نظریه ، سطح کره زمین از صفحاتی پوشانده شده که نسبت به هم حرکت دارند . در اثر لغزش این صفحات ، تنـش هایی در مرزهای آن بوجـود می آید ؛ به مرز این صفحات« **گسل**» گویند .

۱-۱ امواج زمینلرزه :

انرژی آزاد شده بوسیله زمینلرزه ، بصـورت موجهای مختـلفی از کانـون زلزله منتـشر می شوند ، که آنها را موجـهای « **حجمی و سطحی** » می خوانند .

موج حجمی خود به دو دسته تقسیم می شود :

الف – موج طولی « P » **:** این موج در راستای نوسان خود ، منتشر می گردد . مانند فشردن فنر و رها کردن آن .

ب – موج عرضی « S » **:** این موج در امتداد عمود بر نوسان خود منتشر می گردد . مانند ایجاد موج در طناب .

امواج حجمی امواجی هستند که در داخل کره زمین منتشر می شوند . لازم به ذکر است که امواج طولی در انواع جامدات و مایعات منتشر می شوند اما امواج عرضی فقط در جامدات منتشر می شوند . امواج طولی به طور متوسط سرعتی ۱٫۷ برابر امواج عرضی دارند ؛ اما قدرت تخریب امواج عرضی بیشتر است .

امواج سطحی نیز به دو دسته تقسیم می شوند :

الف – موج لاو « L » **:** همانند امواج عرضی هستند ، با این تفاوت که تغییر مکان قائم نداشته و ارتعاش افقی دارند .

ب – موج ریلی « R » **:** این موج در سطحی عمود بر سطح زمین ارتعاش می کند و حرکت بیضوی دارد .امواج سطحی سرعتی نزدیک به هم دارند .

روابط محاسبه سرعت امواج طولی و عرضی :

$$V_P = \sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho}} \qquad V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

ρ : جرم مخصوص مصالح

E : مدول الاستیسته مصالح

υ : ضریب پوآسون

$$\begin{cases} \lambda = \dfrac{E.\upsilon}{[(1+\upsilon)(1-2\upsilon)]} \\ \mu = \dfrac{E}{2(1+\upsilon)} \end{cases}$$

به عنوان نمونه برای گرانیت و آب داریم :

$$\begin{cases} V_P)_{Granit} = 5.5\left(Km/S\right) & V_S)_{Granit} = 3\left(Km/S\right) \\ V_P)_{Water} = 1.5\left(Km/S\right) & V_S)_{Water} = 0\left(Km/S\right) \end{cases}$$

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

چند نکته :

الف) ترتیب سرعت امواج : $(V_P, V_S) > (V_L, V_R) \rightarrow V_P > V_S > V_L > V_R$

ب) امواج لاوی که به سطح زمین می رسند در سطح آب منتشر نمی شوند .

ج) امواج ریلی دارای مولفه قائم حرکتند و روی حجم زیادی از آب تأثیر می گذارند .

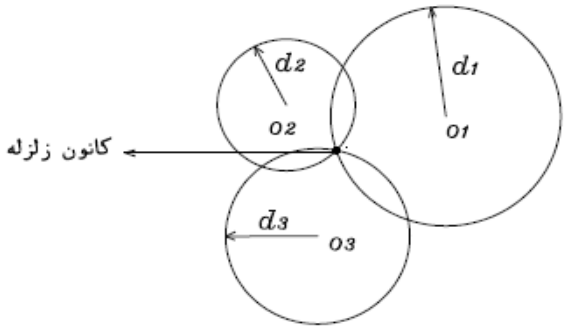
د) امواج P و S وقتی به سطح زمین می رسند ، بیشتر انرژی شان به داخل پوسته وارد می شود . دامنه امواج در سطح زمین تشدید شده و خسارت های زلزله را افزایش می دهند .

ه) ارتعاشات زمین با پریود زیاد با پریود طبیعی سازه های بلند منطبق بوده و باعث تشدید ارتعاش آن می گردد . لذا سازه های بلند ممکن است با فاصله دور از مرکز زلزله ، تحت خسارت قرار گیرند .

۱-۲ کانون زلزله – مرکز زلزله :

محل آغاز زلزله را که معمولاً در عمق زمین یا اعماق اقیانوس ها اتفاق می افتد ، « **کانون زلزله** » گویند . تصویر کانون زلزله در سطح زمین را « **مرکز زلزله** » می نامند . اگر زمان رسیدن موج P به ایستگاه را t_P و زمان رسیدن موج S را t_S بنامیم :

$$t_S - t_P = \frac{d}{V_S} - \frac{d}{V_P} \Rightarrow d = \frac{t_S - t_P}{V_S^{-1} - V_P^{-1}}$$



برای پیدا کردن کانون به نتایج ثبت امواج از ۳ ایستگاه لرزه نگاری نیاز داریم.

۱-۳ مقیاس زمینلرزه و انرژی تغییر شکل :

چند نوع مقیاس متفاوت برای زلزله بکار می رود ، که همه این مقیاس ها به دو دسته مقیاس های شدت و بزرگی تقسیم می شوند :

- ✓ مقیاس شدت نمایانگر احساس انسانها از حرکت زمین و همچنین اثراتی است که بوجود می آورد . لذا یک پارامتر کیفی است ؛ مقیاس شدت با « **مرکالی** » بیان می شود .
- ✓ از طرف دیگر ، مقیاس بزرگی ، معرف مقدار انرژی آزاد شده در زمان رخ دادن یک زلزله است . مقیاس بزرگی با واحد « **ریشتر** » بیان می شود . ریشتر دامنه ماکزیمم جابجایی زمین در فاصله $100\ Km$ ، کانون زلزله است ، که توسط دستگاه لرزه نگار استاندارد « وود اندرسون » ثبت می شود .

$$M = Log\left(A / A_0 \right)$$

A : ماکزیمم دامنه در فاصله $100\ Km$

A_0 : دامنه مبنا برابر $\frac{1}{1000}$ میلیمتر

انرژی تغییر شکل مواد سنگی از رابطه زیر بدست می آید :

$$E = \pi^2 \rho \cdot V \left(\frac{a}{T} \right)^2$$

ρ : چگالی قشر رویه — V : سرعت

a : دامنه حرکت — T : پریود ارتعاش

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

می دانیم : $*1(N.m) = 10^7(erg) = 1(J)$

تفسیر :

بزرگی ۱ ریشتر ⟵ زلزله خیلی خفیف ⟵ $E = 10^{10}\,erg$

بزرگی ۹ ریشتر ⟵ زلزله خیلی شدید ⟵ $E = 10^{26}\,erg$

روابط بین M و E :

- $LogE = 8 + 2M$
- $LogE = 11.8 + 1.5M$ رابطه ریشتر – گوتنبرگ

بر اساس روابط بالا می توان گفت ، هر ۱ واحد اضافه شدن به ریشتر ، انرژی ۳۶،۱ برابر می گردد .

رابطه بزرگی زلزله با تکرار زلزله :

هر درجه اضافی در بزرگی زلزله ، تقریباً معادل ۱۰ برابر کمتر شدن تکرار زلزله است .

رابطه بزرگی زلزله (M) و شدت زلزله (F) :

$M = 1.3 + 0.6F$

جدول رابطه بزرگی– شدت و تکرار زلزله :

M بزرگی (ریشتر)	نوع اثر	F شدت (مرکالی)	N تعداد در سال
3- 3.9	ضعیف	۴ -۵	۱۰۰۰۰۰۰
4- 4.9	متوسط	۵ -۶	۱۰۰۰۰۰
5- 5.9	مخرب	۶ -۷	۱۰۰۰۰
6- 6.9	ویران کننده	۷ -۹	۱۰۰
7- 7.9	خیلی ویران کننده	۹ -۱۱	۱۰
8- 8.5	ضعیف	۱۱ -۱۲	۱

۱-۴ انتخاب زلزله طرح :

سازه ها برای شدیدترین زلزله در یک منطقه طرح نمی گردد ، بلکه طراحی بر اساس شتاب بیشینه ای که « **شتاب مبنای طرح** » نام دارد ، صورت می پذیرد . بطور کلی ۳ حالت حدی در انتخاب زلزله طرح وجود دارد :

- **حالت حدی بهره برداری :** در این حالت سازه دچار آسیب نمی شود .
- **حالت حدی پرهیز از آسیب :** که در آن امکان پدید آمدن خسارت های سازه ای قابل تعمیر وجود دارد .
- **حالت حدی حفظ جان :** که در آن سازه دچار آسیب های جدی می گردد که حتی غیر قابل تعمیر باشد ، ولی فرو نمی ریزد .

مطابق آیین نامه ایران ، زلزله طرح برای حالت حدی حفظ جان و احتمال رخ دادن ۱۰٪ در طول ۵۰ سال انتخاب می گردد.

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

مبانی تحلیل دینامیکی ۲

۲-۱ تفاوت های مسأله دینامیکی و ایستا :

- در مسأله دینامیکی ، بارگذاری و در نتیجه پاسخ های سازه در گستره زمان تغییر می کنند .
- از آنجا که تغییر مکانها وابسته به زمان اند ، سبب ایجاد شتاب در سازه شده و سبب به وجود آمدن نیروی لختی در سازه می گردد . مقدار نیروی لختی به نرخ بارگذاری و جرم سازه بستگی دارد .
- پدیده دیگری که در مسائل دینامیکی تأثیر می گذارد ، میرایی است ، که باعث اتلاف انرژی حرکتی در سازه می گردد . مالش اتصالات فولادی ، باز و بسته شدن ترک های مویی در بتن و اصطکاک بین اجزاء سازه ای از جمله عاملهای ایجاد میرایی هستند .

۲-۲ روشهای تحلیل دینامیکی :

روشهای تحلیل دینامیکی متناسب با انواع مدلسازی به شرح زیر تعریف می گردد :

- **جرم متمرکز :** در این روش فرض می گردد ، جرم سازه در تعدادی نقطه مجزاء (مرکز جرم طبقات) متمرکز شده است . تغییر مکان مورد نظر ، جابجایی محل تمرکز جرمها می باشد .
- **مختصات عمومی :** در این روش ، تغییر شکلهای تقریبی سازه ، با برقرار نمودن ارتباط میان تغییر مکان هر نقطه از سازه با تعدادی از مختصات تغییر مکانی ، تعیین می گردد .
- **اجزاء محدود :** در این روش دستگاه به تعدادی المان تقسیم شده و تغییر مکانهای هر نقطه دلخواه از المان ، بوسیله « توابع درونیاب » به تغییر مکانهای گره های آن المان مربوط می گردد .

۲-۳ نیروهای موثر در تحلیل دینامیکی :

الف) نیروی کشسانی :

نیروی کشسان همان نیروی داخلی حاصل از سختی سازه در برابر بار خارجی است .

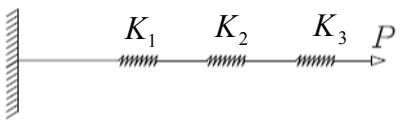
$$F_S = K.u$$

K : سختی

u : تغییر مکان

✓ **سختی :** نیرو به ازاء جابجایی واحد .

- **محاسبه سختی اعضاء :**



فنرهای سری :

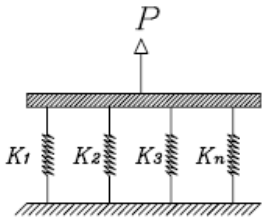
سختی فنر معادل از سختی هر یک از فنرها کمتر است.

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

$$\begin{cases} F_1 = F_2 = \ldots\ldots = P \\ \Delta_1 + \Delta_2 + \cdots = \Delta \\ P = K.\Delta \rightarrow \Delta = \dfrac{P}{K} \rightarrow \dfrac{\Delta}{P} = \dfrac{1}{K} \end{cases} \qquad \Rightarrow \frac{1}{K} = \sum_1^n \frac{1}{K_i}$$

فنرهای موازی :

سختی فنر معادل از سختی هر یک از فنرها بیشتر است.

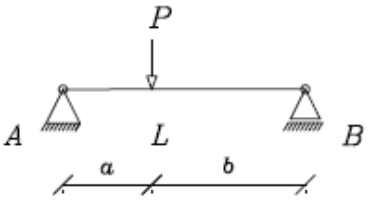


$$\begin{cases} F_1 + F_2 + \ldots\ldots = P \\ \Delta_1 = \Delta_2 = \cdots = \Delta \\ P = K.\Delta \rightarrow (K_1 + K_2 + \cdots)\Delta \rightarrow K = \sum_1^n K_i \end{cases}$$

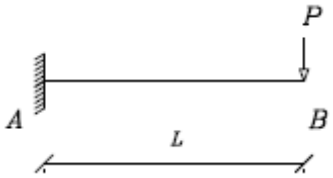
سختی محوری :

$$\Delta = \frac{PL}{AE} \longrightarrow K = \frac{AE}{L}$$

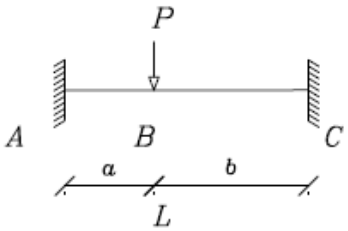
سختی خمشی :



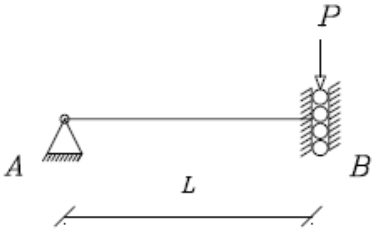
$$\Delta_B = \frac{Pa^2b^2}{3EIL} \rightarrow K_S = \frac{12EIL}{a^2.b^2}$$



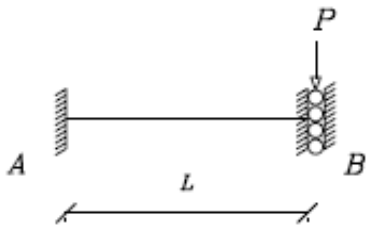
$$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI} \rightarrow K_S = \frac{3EI}{L^3}$$



$$\Delta_B = \frac{Pa^3b^3}{3EIL^3} \rightarrow K_S = \frac{3EIL^3}{a^3.b^3}$$



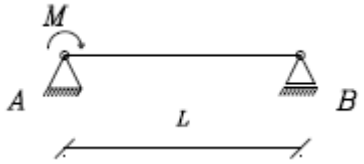
$$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI} \rightarrow K_S = \frac{3EI}{L^3}$$



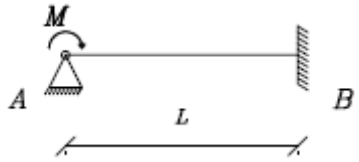
$$\Delta_B = \frac{PL^3}{12EI} \rightarrow K_S = \frac{12EI}{L^3}$$

«کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد»

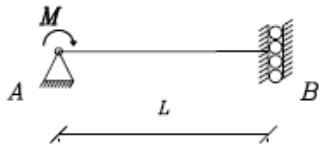
سختی دورانی :



$$\theta_A = 2\theta_B = \frac{M.L}{3EI} \rightarrow K_\theta = \frac{3EI}{L}$$

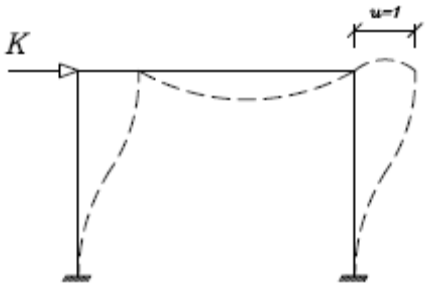


$$\theta_A = \frac{M.L}{4EI} \rightarrow K_\theta = \frac{4EI}{L}$$



$$\theta_A = \frac{M.L}{EI} \rightarrow K_\theta = \frac{EI}{L}$$

سختی سازه با انتقال گره :



$$K = \frac{24EI_C}{h^3}\left[1 - \frac{3}{2}\cdot\frac{LI_C}{3I_g h + 2I_C L}\right]$$

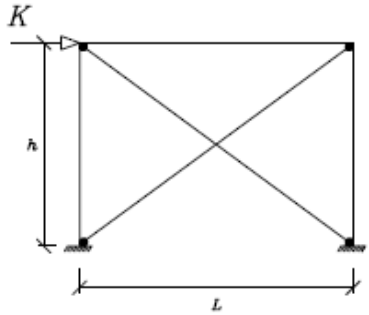
I_C : لنگر لختی ستون

I_g : ممان اینرسی تیر

در صورتی که از تغییر شکل خمشی تیر چشم پوشی کنیم ، یعنی $I_g = \infty$ ، سختی جانبی قاب ، حاصل جمع سختی جانبی دو ستون خواهد بود :

$$K = \frac{24EI_C}{h^3}$$

سختی سازه بدون انتقال گره :



- **مهاربند ضربدری :**

$$K = \frac{EL^2 A_b}{\left(L^2 + h^2\right)^{3/2}}$$

A_b : سطح مقطع مهار

نکته : در رابطه بالا تنها اثر مهار کششی در نظر گرفته شده است و فرض گردیده است که مهار فشاری به سبب لاغری کمانه کرده است و از کار افتاده است. اگر هر دو مهار فشاری طرح شود سختی سازه دو برابر خواهد گردید .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

- **مهاربند هشتی :**

$$K = \frac{EL^2 A_b}{2d^3}$$

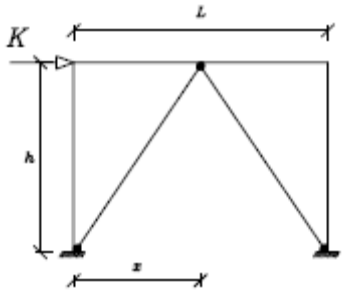
A_b : سطح مقطع مهار

h : ارتفاع ستون

L : طول تیر

d : طول مهار ۸

$$d = \sqrt{x^2 + h^2}$$



ب– نیروی میرایی :

این نیرو متناسب با سرعت فرض می گردد .

$$F_D = C.\dot{u}$$

C : ضریب میرایی

$\dot{u}$: سرعت

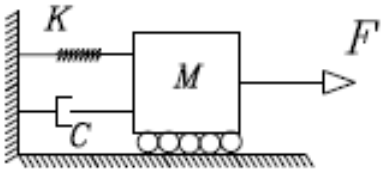
ج – نیروی لختی :

این نیرو در اثر شتاب سازه بوجود می آید .

$$F_I = M.\ddot{u}$$

M : جرم

$\ddot{u}$: شتاب



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow M \cdot \ddot{u}(t) + C \cdot \dot{u}(t) + K \cdot u(t) = F(t)$$

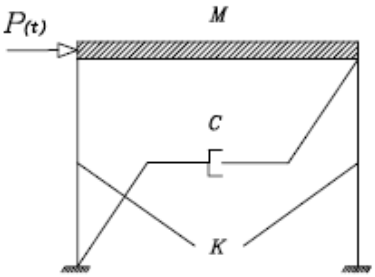
« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

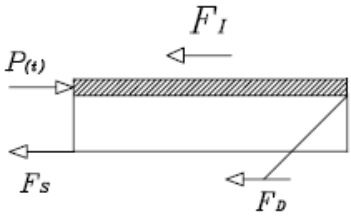
معادله حرکت دستگاه یک درجه آزادی در زمینلرزه ۳

3-۱ تعادل دینامیکی :

معادله حرکت یک جرم شتابدار :

$$\sum F - M\ddot{u} = 0$$





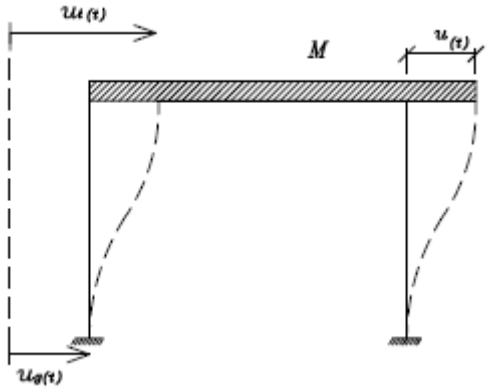
حال اگر سازه رفتاری کشسان و ارتجاعی داشته باشد :

$$F_I + F_D + F_S = P(t)$$

با جاگذاری مقادیر نیروی کشسان ، میرایی و لختی در رابطه بالا :

$$\boxed{M \cdot \ddot{u}(t) + C \cdot \dot{u}(t) + K \cdot u(t) = P(t)}$$

✓ در زمان زلزله در واقع بار خارجی ای به سازه وارد نمـی شود ، بلکه سـازه زیر اثر شتـاب پایه که به تـکیه گاه وارد می شود قرار می گیرد .



$$u_t(t) = u_g(t) + u(t)$$

$u_t(t)$: تغییر مکان کل سازه

$u_g(t)$: حرکت تکیه گاهی مبنا ؛ $u(t)$: تغییر مکان نسبی

با مشتق گیری از رابطه بالا داریم :

$$\ddot{u}_t(t) = \ddot{u}_g(t) + \ddot{u}(t)$$

نیروی لختی ناشی از شتاب کلی سازه برابر است با :

$$F_I = M\ddot{u}_t(t) = M\ddot{u}_g(t) + M\ddot{u}(t)$$

در نهایت خواهیم داشت :

$$\boxed{M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = -M\ddot{u}_g(t)}$$

به این رابطه « معادله حرکت دستگاه یک درجه آزادی با جرم متمرکز » گویند .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

یعنی در اثر وارد شدن شتاب تکیه گاهی به سازه ، نیرویی معادل که برابر حاصلضرب جرم آن در شتاب پایه است به سازه وارد می گردد . چنانچه دو طرف معادله قبل را بر M تقسیم کنیم و با جاگذاری مقادیر زیر خواهیم داشت :

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\dfrac{K}{M}} & \left(rad/s\right) \\ \xi = \dfrac{C}{2M\omega} \end{cases}$$

ω : فرکانس دورانی

ξ : نسبت میرایی

$$\boxed{\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2 u = \ddot{u}_g}$$

« **معادله حرکت** »

نکته : نسبت میرایی ساختمان ها حدود ۲ تا ۱۰ درصد است ؛ بر اساس آیین نامه ایران (۲۸۰۰) ، ویرایش سوم میزان آن برای تمام ساختمان ها « ۵ % » در نظر گرفته شده است .

نکته : در تحلیل سازه ها زیر اثر شتاب پایه ، مقدار تغییر مکان و نیرو اهمیت دارد ، نه جهت آن .

۲-3 پاسخ سازه نامیرا $(\xi = 0)$:

دستگاهی است که در آن از اثر میرایی سازه چشم پوشی می شود ، یعنی :

$$\ddot{u} + \omega^2 u = \ddot{u}_g$$

۱-۲-3 پاسخ سازه نامیرا در حالت نوسان آزاد :

سازه پس از قطع شتاب پایه دارای نوسان آزاد است . که خود به شرایط زمان قطع شتاب پایه ، بستگی دارد . در نوسان آزاد شتاب پایه وجود ندارد :

$$M\ddot{u} + Ku = 0$$

پاسخ معادله دیفرانسیل فوق بصورت کلی برابر :

$$u = A.Cos(\omega t) + B.Sin(\omega t)$$

$$\begin{cases} A = u_0 \\ B = \dfrac{\dot{u}_0}{\omega} \end{cases}$$

u_0 : تغییر مکان در لحظه قطع شتاب

$\dot{u}_0$: سرعت در لحظه قطع شتاب

$$\xrightarrow{\text{دامنه}} \rho = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{{u_0}^2 + \left(\frac{\dot{u}_0}{\omega}\right)^2}$$

با جاگذاری این مقادیر در پاسخ معادله دیفرانسیل داریم :

پاسخ نوسان آزاد دستگاه نامیرا در لحظه قطع شتاب پایه

$$\boxed{u(t) = u_0.Cos(\omega t) + \frac{\dot{u}_0}{\omega}.Sin(\omega t)}$$

نکته : با توجه به جمله های Sin و Cos در سازه بدون میرائی ، نوسان سازه تا بی نهایت ادامه دارد .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

بسامد (فرکانس) دورانی :

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (rps)$$

زمان تناوب (پریود) :

زمان یک رفت و برگشت سازه را پریود گویند .

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (s)$$

نکته : تبدیل واحدهای کاربردی :

$$\frac{KN}{m^3} = 10\frac{Ton}{m^3} \qquad \frac{Kg}{cm^2} = 10\frac{N}{mm^2}$$

$$\frac{Kg}{cm^2} = 10\frac{Ton}{m^2} \qquad \frac{t.s^2}{m} = 10^4\,Kg$$

3-۲-۲ پاسخ سازه نامیرا در حالت نوسان همساز (هارمونیک) :

در شتاب همساز پایه ، شتاب تکیه گاهی وارد بر سازه ، وارد معادله حرکت می گردد ، که بصورت زیر بیان می گردد :

$$\ddot{u}_g = \ddot{u}_{g_0} Sin(\bar{\omega}.t)$$

که در این معادله $\ddot{u}_{g_0}$ دامنه شتاب و $\bar{\omega}$ بسامد دورانی آن است .

- ✓ در صورتی که شتاب وارده دائمی باشد، (مانند اثر کار یک دستگاه دورانی) نوسان حاصل را « **نوسان اجباری همساز دائم** » گویند .
- ✓ در صورتی که شتاب وارده دائمی نباشد، (مانند عبور قطار از نزدیکی سازه) نوسان حاصل را « **نوسان اجباری همساز گذرا** » گویند .

پاسخ معادله حرکت در این حالت ، حاصل جمع دو پاسخ عمومی و خصوصی می باشد ، پاسخ عمومی ، همان پاسخ نوسان آزاد است و « **پاسخ گذرا** » نام دارد و پاسخ خصوصی که « **پاسخ پایدار** » نامیده می شود ، از رابطه زیر بدست می آید :

$$u_P(t) = \rho.Sin(\bar{\omega}.t)$$

ρ : دامنه پاسخ پایدار نام دارد و از رابطه زیر محاسبه می شود :

$$\rho = \frac{\ddot{u}_{g_0}}{\omega^2} \cdot \frac{1}{1-\beta^2} \qquad \text{و} \qquad \beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega}$$

در این رابطه « **ضریب بزرگنمایی دینامیکی تغییر مکان** » بصورت زیر تعریف می گردد :

$$D_d = \frac{1}{1-\beta^2} = \frac{\text{پاسخ دینامیکی}}{\text{پاسخ استاتیکی}}$$

- ✓ اگر بسامد طبیعی سازه « ω » با بسامد هارمونیک « $\bar{\omega}$ » یکسان شود ، $\beta = 1$ خواهد بود که در چنین حالتی D_d به سمت بینهایت میل کرده و پدیده تشدید رخ می دهد (در حالت بدون میرائی) .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

پاسخ عمومی سازه در نوسان اجباری دائم برابر است با :

$$u_C(t) = -\frac{\ddot{u}_{g_0}}{\omega^2}\cdot\frac{\beta}{1-\beta^2}Sin(\omega.t) = -\rho\beta\cdot Sin(\omega.t)$$

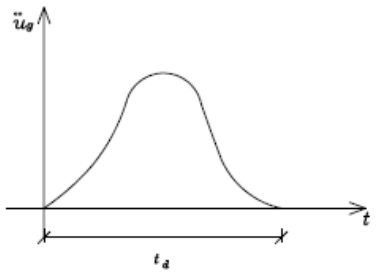
پاسخ کلی سازه در حالت نوسان همساز برابر است با :

$$u(t) = \rho\cdot\left[Sin(\bar{\omega}.t) - \beta\cdot Sin(\omega.t)\right]$$

نکته : در لحظه قطع شتاب پایه همساز ، پاسخ خصوصی تغییر مکان به دلیل صفر شدن « $\bar{\omega}$ » ، برابر صفر است ؛ و تنها باید پاسخ عمومی را به عنوان تغییر مکان اولیه نوسان آزاد حساب کرد . از طرف دیگر سرعت در لحظه قطع شتاب پایه همساز ، با مشتق گیری از پاسخ کلی ، تغییر مکان بدست می آید .

3-۲-۳ پاسخ سازه نامیرا در حالت پاسخ ضربه :

شتاب ضربه ای پایه ، بصورت شتابی گذرا ، که مدت زمان وارد شدن آن (t_d) بسیار کوچکتر از زمان تناوب سازه است ، تعریف می گردد .

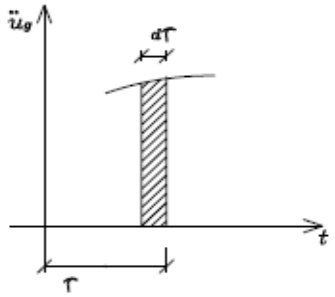


- ✓ فرض بر این است که در مدت زمان اثر ضربه ، تغییر قابل توجهی در تغییر مکان سازه ، در اثر شتاب ضـربه ای پـدید نمی آید و شرایط اولیه تغییر مکان وجود ندارد .

$$\dot{u}_0 = \int_0^{t_d}\ddot{u}\cdot dt \quad \text{و} \quad \begin{cases} u(t) = \dfrac{1}{\omega}\left(\int_0^{td}\ddot{u}_g\cdot dt\right)Sin(\omega.\bar{t}) \\ \bar{t} = t - t_d \end{cases}$$

3-۲-۴ پاسخ سازه نامیرا در حالت شتاب پایه دلخواه :

در این حالت فرض می شود که شتاب زمین بصورت ضربه ای در فاصله زمانی بسیار کوتاه $d\tau$ ، مطابق شکل زیر ، وارد گردد . پاسخ نوسان آزاد در زمان $t-\tau$ خواهد بود .



$$\dot{u}_0 = \ddot{u}_g(\tau)\cdot d\tau$$

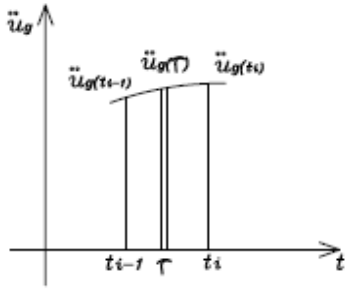
لذا معادله پاسخ نوسان آزاد ، در اثر شتاب ضربه ای پیوسته برابر خواهد بود با :

$$\boxed{u(t) = \frac{1}{\omega}\left(\int_0^{td}\ddot{u}_g(\tau)Sin\,\omega(t-\tau)\cdot dt\right)}$$

این رابطه « **تابع اولیه دوهامل** » نام دارد .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

در حالت کلی شتاب پایه دارای معادله مشخصی نیست ، و باید از روشهای عددی برای آن استفاده کرد . لذا از روش درونیابی خطی استفاده کرده و منحنی شتاب را به اجزاء کوچکی در فاصله زمانی Δt تقسیم و فرض می کنیم که تغییرات شتاب پایه در این فواصل ، خطی است .



$$\ddot{u}_g(\tau) = \ddot{u}_g(t_{i-1}) + \frac{\Delta \ddot{u}_g}{\Delta t}(\tau - t_{i-1})$$

در این رابطه :

$$\begin{cases} \Delta t = t_i - t_{i-1} \\ \Delta \ddot{u}_g = \ddot{u}_g(t_i) - \ddot{u}_g(t_{i-1}) \end{cases}$$

با گسترش عبارت سینوسی تابع دوهامل خواهیم داشت :

$$\begin{cases} U(t_i) = S(t_i)\cdot Sin(\omega.t_i) - C(t_i)\cdot Cos(\omega.t_i) \\ S(t_i) = \int_0^{t_i} \ddot{u}_g(\tau)\cdot Cos(\omega.\tau)\cdot d\tau \\ C(t_i) = \int_0^{t_i} \ddot{u}_g(\tau)\cdot Sin(\omega.\tau)\cdot d\tau \end{cases}$$

در صورتی که محاسبات تابع اولیه بصورت گام به گام صورت گیرد ، می توان نوشت :

$$\begin{cases} S(t_i) = S(t_{i-1}) + \Delta S(t_i) \\ C(t_i) = C(t_{i-1}) + \Delta C(t_i) \end{cases}$$

مقادیر $\Delta S(t_i)$ و $\Delta C(t_i)$ برابرند با :

$$\Delta S(t_i) = \frac{1}{\omega}\left[\ddot{u}_g(t_{i-1}) - t_{i-1}\cdot\frac{\Delta \ddot{u}_g}{\Delta t}\right](Sin\omega.t_i - Sin\omega.t_{i-1}) + \frac{\Delta \ddot{u}_g}{\omega^2 \Delta t}\left[Cos\omega.t_i - Cos\omega.t_{i-1} + \omega(t_i\cdot Sin\omega.t_i - t_{i-1}\cdot Sin\omega.t_{i-1})\right]$$

$$\Delta C(t_i) = -\frac{1}{\omega}\left[\ddot{u}_g(t_{i-1}) - t_{i-1}\cdot\frac{\Delta \ddot{u}_g}{\Delta t}\right](Cos\omega.t_i - Cos\omega.t_{i-1}) + \frac{\Delta \ddot{u}_g}{\omega^2 \Delta t}\left[Sin\omega.t_i - Sin\omega.t_{i-1} - \omega(t_i\cdot Cos\omega.t_i - t_{i-1}\cdot Cos\omega.t_{i-1})\right]$$

نکته : پس از قطع شتاب پایه ، $\Delta S(t_i)$ و $\Delta C(t_i)$ برابر صفر می شود و مقادیر $S(t_i)$ و $C(t_i)$ ثابت می مانند . در نتیجه روابط در این حالت ، پاسخ نوسات آزاد را نتیجه می دهند .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

برای راحتی محاسبات انتگرال دوهامل کافی است جدولی مطابق زیر تشکیل داده و آنرا به ترتیب تکمیل کنیم :

t	$\ddot{u}_g$	$\Delta S\times10^3$	$S\times10^3$	$\Delta C\times10^3$	$C\times10^3$	$U\times10^3$	$u\times10^3$

3-۳ پاسخ سازه با میرائی (ξ):

معادله حرکت با در نظر گرفتن میرایی و صرفه نظر کردن از علامت منفی معادله ، بصورت زیر خواهد بود :

$$\boxed{\ddot{u}+2\xi\omega\dot{u}+\omega^2u=\ddot{u}_g}$$

3-۳-۱ پاسخ سازه میرا در حالت نوسان آزاد :

با حذف شتاب از معادله حرکت داریم :

$$\ddot{u}+2\xi\omega\dot{u}+\omega^2u=0$$

حال با اعمال شرایط اولیه تغییر مکان و سرعت در آغاز نوسان آزاد خواهیم داشت :

$$\boxed{u(t)=\exp(-\xi\omega\cdot t)[u_0.Cos(\omega_D t)+\frac{\dot{u}_0+\xi\omega\cdot u_0}{\omega_D}.Sin(\omega_D t)]}$$

u_0 : تغییر مکان در لحظه قطع شتاب پایه

$\dot{u}_0$: سرعت در لحظه قطع شتاب پایه

$$\begin{cases} A=u_0 \\ B=\dfrac{\dot{u}_0+\xi\omega\cdot t}{\omega_D} \end{cases}$$

در این رابطه :

ω_D : بسامد دورانی میرا

T_D : زمان تناوب میرا

$$\begin{cases} \omega_D=\omega\sqrt{1-\xi^2} \\ T_D=\dfrac{T}{\sqrt{1-\xi^2}} \end{cases}$$

نکته : با توجه به اینکه نسبت میرایی در سازه ها کوچک است ، لذا اختلاف میان بسامد دورانی میرا و نامیرا (ω,ω_D) بسیار کم می باشد .

نکته : با توجه به وجود جمله های توانی در رابطه جابجایی در نوسان آزاد ، دامنه نوسان در طی زمان به سرعت به سمت صفر میل می کند :

$$\rho=\sqrt{A^2+B^2}=\sqrt{u_0^{\,2}+\left(\frac{\dot{u}_0+\xi\omega\cdot u_0}{\omega_D}\right)^2}$$

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

نکته : از رابطه جابجایی در نوسان آزاد می توان نتیجه گرفت ، نسبت تغییر مکان در لحظه t به تغییر مکان در لحظه $t+T_D$ ، به مقدار t بستگی ندارد :

$$\frac{u(t)}{u(t+T_D)} = \exp(\xi\omega \cdot T_D)$$

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = \exp[\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}] \xrightarrow{\sqrt{1-\xi^2}\approx 1} \boxed{\delta = Ln\frac{u_n}{u_{n+1}} = 2\pi\xi}$$

به رابطه فوق « **کاهش لگاریتمی** » تغییر مکان گویند .

3-۳-۲ پاسخ سازه میرا در حالت شتاب پایه همساز :

فرض می کنیم شتاب وارد بر سازه ، به صورت موج سینوسی با دامنه $\ddot{u}_{g_0}$ و بسامد دورانی $\overline{\omega}$ با در نظر گرفتن میرایی ، پاسخ پایدار برابر است با :

$$\boxed{u_P(t) = \rho.Sin(\overline{\omega}.t - \phi)}$$

در این رابطه :

$$\rho = \frac{\ddot{u}_{g_0}}{\omega^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad \text{و} \quad \phi = \tan^{-1}(\frac{2\xi\beta}{1-\beta^2})$$

ϕ : زاویه تأخیر نوسان نسبت به شتاب وارده

ρ : دامنه نوسان

همچنین پاسخ گذرا ، با وارد کردن شرایط اولیه $u_0 = 0$ و $\dot{u}_0 = 0$ برابر خواهد شد با :

$$\boxed{u_C(t) = \exp(-\xi\omega.t)[A \cdot Cos\,\omega_D t + B \cdot Sin\,\omega_D t]}$$

$$\begin{cases} A = \rho.Sin\phi \\ B = -\rho\dfrac{\overline{\omega}.Cos\phi - \xi\omega \cdot Sin\phi}{\omega_D} \end{cases}$$

ضریب « **بزرگنمایی دینامیکی تغییر مکان** » با در نظر گرفتن میرایی ، بصورت زیر تعریف می گردد :

$$D_d = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$$

ضریب « **بزرگنمایی دینامیکی شتاب** » نیز بصورت زیر تعریف می گردد :

$$D_a = \left|\frac{\ddot{u}_t}{\ddot{u}_g}\right| = \sqrt{1+(2\xi\beta)^2} \cdot D_d$$

نکته : بیشینه مقدار D_d به ازای β کمی کوچکتر از یک بدست می آید .

نکته : به ازای $\beta = \sqrt{2}$ ، مقدار $D_a = 1$ است و به نسبت میرایی بستگی ندارد .

نکته : اگر $\beta < \sqrt{2}$ باشد ، با افزایش میرایی مقدار D_a کاهش می یابد . بر خلاف این حالت اگر $\beta > \sqrt{2}$ باشد ، با افزایش میرایی مقدار D_a نیز افزایش می یابد .

نکته : به دلیل وجود اختلاف فاز میان تغییر مکان و شتاب پایه ، پاسخ خصوصی تغییر مکان نیز در لحظه انتهای شتاب همساز وجود دارد .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

3-۳-۳ پاسخ سازه میرا در حالت شتاب پایه ضربه ای :

$$\begin{cases} u(t) = \exp(-\xi\omega \cdot t)\left(\dfrac{1}{\omega_D}\displaystyle\int_0^{td} \ddot{u}_g \cdot dt\right) Sin(\omega_D . \bar{t}) \\ \bar{t} = t - t_d \end{cases}$$

در این رابطه t_d زمان اتمام شتاب پایه بوده و :

در رابطه بالا مقدار انتگرال $\int_0^{t_d} \ddot{u}_g \, dt$ برابر سطح زیر منحنی شتاب ضربه می باشد .

4-۳-3 پاسخ سازه میرا در حالت شتاب پایه کلی :

$$\boxed{u(t) = \frac{1}{\omega_D}\int_0^t \ddot{u}_g(\tau)\exp\left[-\xi\omega(t-\tau)Sin\ \omega_D(t-\tau)d\tau\right]}$$

تابع فوق را « **تابع اولیه دوهامل میرا** » گویند .

$$U(t) = \frac{1}{\omega_D}U_D(t)$$

در این حالت نیز مانند نوسان نامیرا از روش درونیابی خطی شتاب پایه استفاده می کنیم.

$$\begin{cases} U_D(t_i) = \exp(-\xi\omega \cdot t_i)[S_D(t_i) \cdot Sin(\omega_D . t_i) - C_D(t_i) \cdot Cos(\omega_D . t_i)] \\ S_D(t_i) = S_D(t_{i-1}) + \Delta S_D(t_i) \\ C_D(t_i) = C_D(t_{i-1}) + \Delta C_D(t_i) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta S_D(t_i) = \left[\ddot{u}_g(t_{i-1}) - t_{i-1} \cdot \dfrac{\Delta \ddot{u}_g}{\Delta t}\right] I_1 + \dfrac{\Delta \ddot{u}_g}{\Delta t} I_4 \\ \Delta C_D(t_i) = \left[\ddot{u}_g(t_{i-1}) - t_{i-1} \cdot \dfrac{\Delta \ddot{u}_g}{\Delta t}\right] I_2 + \dfrac{\Delta \ddot{u}_g}{\Delta t} I_3 \end{cases}$$

مقادیر I_4, I_3, I_2, I_1 به شکل زیر محاسبه می گردند :

$$I_1 = \frac{\exp(\xi\omega\tau)}{(\xi\omega)^2 + \omega_D{}^2}(\xi\omega \cdot Cos\omega_D\tau + \omega_D Sin\omega_D\tau)\Big|_{t_{i-1}}^{t_i}$$

$$I_2 = \frac{\exp(\xi\omega\tau)}{(\xi\omega)^2 + \omega_D{}^2}(\xi\omega \cdot Sin\omega_D\tau - \omega_D Cos\omega_D\tau)\Big|_{t_{i-1}}^{t_i}$$

$$I_3 = \left(\tau - \frac{\xi\omega}{(\xi\omega)^2 + \omega_D{}^2}\right)I_2' + \left(\frac{\omega_D}{(\xi\omega)^2 + \omega_D{}^2}\right)I_1'\Bigg|_{t_{i-1}}^{t_i}$$

$$I_4 = \left(\tau - \frac{\xi\omega}{(\xi\omega)^2 + \omega_D{}^2}\right)I_1' - \left(\frac{\omega_D}{(\xi\omega)^2 + \omega_D{}^2}\right)I_2'\Bigg|_{t_{i-1}}^{t_i}$$

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

در این معادلات :

I_1', I_2' همان رابطه های I_1, I_2 پیش از وارد نمودن حدهای t_{i-1}, t_i می باشند .

نکات تکمیلی :

۱- اثر میرایی در سازه ها ، سبب کاهش دامنه نوسان آزاد با گذشت زمان می گردد و دامنه نوسان بسمت صفر میل می کند .

۲- یک سازه میرا در برابر سازه نامیرا دامنه تغییر مکان کمتری دارد .

۳- نیروی بیشینه موثر از شتاب پایه به سازه با اثر میرایی ، کمتر از نیروی وارد بر سازه نامیرا است .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

مختصات عمومی ۴

۴-۱ مختصات عمومی سازه یک درجه آزادی *(SDOF)* :

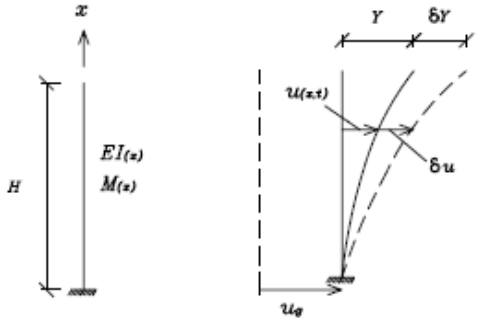
هرگاه ویژگی های یک سازه بگونه ای باشد که نتوان جرم آنرا در یک نقطه خاص متمرکز فرض کرد ، می توان روش « **مختصات عمومی** » را بکار برد . در این روش تغییر مکان هر نقطه دلخواه از سازه در یک زمان مشخص ، بر حسب یک مختصه عمومی نوشته می شود که این مختصه می تواند تغییر مکان یک نقطه از سازه باشد .

$Y(t)$: مختصه عمومی

$\psi(x)$: تابع شکل

$$u(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t)$$

نکته قابل توجه اینکه تابع شکل باید شرایط مرزی را برآورده کند . بعنوان نمونه ، برای یک ستون طره ای ، می توان تابع شکل را بصورت زیر در نظر گرفت :



$$\psi(x) : \begin{cases} 1 - Cos\dfrac{\pi \cdot x}{2H} \\ \dfrac{x^2}{H^2} \end{cases}$$

برای یافتن معادله حرکت یک دستگاه با جرم گسترده و کشسانی گسترده ، در هر لحظه زمانی ، و بر اساس اصل دالامبر نیروی لختی برابر خواهد بود با :

$$f_I(x,t) = -M(x) \cdot \ddot{u}_t(x,t)$$

با توجه به اینکه u_t تغییر مکان کل سازه نسبت به مبدأ حرکت است و از دو بخش u و u_g تشکیل شده ، لذا داریم :

$$\boxed{f_I(x,t) = -M(x) \cdot [\ddot{u}(x,t) + \ddot{u}_g(t)]}$$

از طرف دیگر ، نیروی کشسان برابر است با :

$$f_S(x,t) = -EI(x)u''(x,t)$$

در این رابطه « u'' » مشتق دوم « u » نسبت به متغییر مکان (x) است .

برای یافتن معادله حرکت ، اصل کار مجازی بکار می رود . بر اساس این اصل ، اگر دستگاهی از نیروهای متعادل ، زیر اثر تغییر مکان مجازی سازگار با شرایط مرزی قرار گیرد ، کار انجام شده برابر صفر است .

$$\delta W = -\int_0^H M(x)\ddot{u}(x,t)\delta u(x,t)dx - \int_0^H M(x)\ddot{u}_g(t)\delta u(x,t)dx - \int_0^H EI(x)u''(x,t)\delta u''(x,t)dx$$

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

وبلاگ موج عمران www.civilwave.blogfa.com

در رابطه فوق داریم :

$$\begin{cases} \delta u(x,t) = \psi(x).\delta Y(t) \\ \delta[u''(x,t)] = \psi''(x).\delta Y(t) \end{cases} \qquad \begin{cases} \ddot{u}(x,t) = \psi(x).\ddot{Y}(t) \\ u''(x,t) = \psi''(x).Y(t) \end{cases}$$

با جاگذاری این مقادیر در معادله کار مجازی خواهیم داشت :

معادله حرکت سازه با جرم پیوسته

$$\boxed{\ddot{Y}\int_0^H M(x)\psi^2(x)dx + Y\int_0^H EI(x)\psi''^2(x)dx = -\ddot{u}_g(t)\int_0^H M(x)\psi(x)dx}$$

این رابطه را به شکل روبرو هم می توان نوشت :

$$M\ddot{Y} + KY = -L\ddot{u}_g$$

در این رابطه K,M به ترتیب ، « **جرم عمومی** » و « **سختی عمومی** » نام دارند . عامل L را « **ضریب تحریک شتاب پایه** » گویند . این ضریب نشان می دهد که شتاب پایه تا چه حدی در پاسخ با تابع مفروض $\psi(x)$ تأثیر دارد . با در نظر گرفتن میرایی ، معادله حرکت بشکل زیر در می آید :

$$\boxed{M\ddot{Y} + C\dot{Y} + KY = L\ddot{u}_g}$$

عامل های بکار رفته در معادله فوق بصورت زیر تعریف می گردند :

$$\begin{cases} K = \int_0^H EI(x)\psi''^2(x)dx \\ L = \int_0^H M(x)\psi(x)dx \end{cases} \qquad \begin{cases} M = \int_0^H M(x)\psi^2(x)dx + \sum m_i\psi_i^2 \\ C = \int_0^H C(x)\psi^2 dx \end{cases}$$

در معادله مربوط به جرم عمومی قسمت دوم معادله ، برای جرم های متمرکزی که به همراه جرم پیوسته اند ، بکار می رود .

همچنین در صورتی که جرم متمرکزی به همراه جرم پیوسته باشد در ضریب تحریک زلزله جمله $\sum m_i\psi_i$ نیز اضافه می شود .

با تقسیم این معادله بر M خواهیم داشت :

$$\ddot{Y} + 2\xi\omega\dot{Y} + \omega^2 Y = \lambda\ddot{u}_g$$

در این رابطه با استفاده از تغییر متغییر $Y = \lambda Z$ به معادله ای مشابه معادله حرکت دستگاه یک درجه آزادی با جرم متمرکز می رسیم :

$$\ddot{Z} + 2\xi\omega\dot{Z} + \omega^2 Z = \ddot{u}_g$$

توجه : مشتق های تابع شکل (ψ) نسبت به خود تابع خطای بیشتری دارند ، لذا بجای استفاده از نیروی کشسانی از نیروی لختی استفاده می کنیم . چرا که در نیروی کشسانی مشتق دوم تابع شکل وجود دارد .

$$\ddot{u}_t = -\omega^2 u - 2\xi\omega\cdot\dot{u} \approx -\omega^2 u$$

در نتیجه نیروی وارد بر هر جزء از جرم برابر است با :

$$f(x,t) = \omega^2 M(x)\psi(x)Y(t)$$

برش پایه در سازه های طره ای برابر است با :

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

$$V(t)=\int_0^H f(x,t)dx=\omega^2 Y(t)\int_0^H M(x)\psi(x)dx \longrightarrow \boxed{V(t)=\omega^2 LY(t)}$$

۴-۲ مختصات عمومی سازه چند درجه آزادی *(MDOF)* با جرم متمرکز در طبقات :

برای مدلسازی یک سازه چند درجه آزادی با جرم متمرکز و اجزای مقاوم آن نیز از تابع شکل استفاده می شود . در این مورد ، تغییر مکان طبقه بالای ساختمان برای مختصه عمومی انتخاب می گردد :

$$u_i(t)=\psi_i(x)\cdot Y(t)$$

در این حالت ، نیروی لختی تابعی از شتاب کلی جرم است ، ولی نیروهای کشسان و میرایی تابعی از تغییر مکان و سرعتهای نسبی طبقه ها هستند .

$$\begin{cases} f_{Ii}=M_i[\ddot{u}_i(t)+\ddot{u}_g(t)] \\ f_{Di}=C_i[\dot{u}_i(t)-\dot{u}_{i-1}(t)] \\ f_{Si}=K_i[u_i(t)-u_{i-1}(t)] \end{cases}$$

× در این روابط u_{i-1},u_i به ترتیب تغییر مکانهای طبقه i ام و طبقه پایین تر آن است .

با بکار گیری اصل کار مجازی ، مشخصه های سازه یک درجه آزادی برابراند با :

$$\begin{cases} K=\sum_{i=1}^{N} K_i(\Delta\psi_i)^2 \\ L=\sum_{i=1}^{N} M_i\psi_i \end{cases} \qquad \begin{cases} M=\sum_{i=1}^{N} M_i\psi_i^2 \\ C=\sum_{i=2}^{N} C_i(\Delta\psi_i)^2=2\xi\omega\cdot H \end{cases}$$

در این روابط $\Delta\psi_i$ برابر $\psi_i-\psi_{i-1}$ است و N تعداد طبقه ها است .

نکته : تابع شکل معمول برای ساختمان های چند طبقه با جرم متمرکز در طبقه ها و اجزای گسسته ، بستگی به نسبت ابعاد ساختمان دارد .

تابع شکل برای ساختمان های کوتاه ، با نسبت ارتفاع به پهنای کمتر از ۱٫۵ بصورت : $\psi(x)=Sin\frac{\pi x}{2H}$

تابع شکل برای ساختمان های متوسط ، با $1.5\le\frac{H}{D}\le 3$ بصورت : $\psi(x)=\frac{x}{H}$

تابع شکل برای ساختمان های کوتاه ، با $\frac{H}{D}\ge 3$ بصورت : $\psi(x)=1-Cin\frac{\pi x}{2H}$

نکته : از میان چند تابع شکل ، آنکه کمترین بسامد را برای سازه ایجاد کند ، به شکل حقیقی سازه در حال نوسان نزدیکتر است .

نیروی وارد بر طبقه i ام در ساختمانهای قابی از رابطه زیر بدست می آید :

$$\boxed{F_i(t)=\omega^2 M_i\cdot\psi_i\cdot Y(t)}$$

همچنین توزیع نیروی برشی در ارتفاع ساختمان از این رابطه بدست می آید :

$$F_i=V\cdot\left(\frac{M_i\cdot\psi_i}{L}\right)$$

نکته : رابطه توزیع نیروی برشی در ارتفاع ساختمان در آیین نامه ۲۸۰۰ بدین صورت است :

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

$$F_i = V \cdot \left(\frac{W_i \cdot h_i}{\sum W_i h_i} \right)$$

با مقایسه دو رابطه قبل نتیجه می گیریم که درتوزیع بار زلزله آیین نامه ۲۸۰۰ ایران ، فرض شده است که ψ سازه بصورت خطی تغییر کند ، یعنی :

$$\psi = \frac{x}{H}$$

۴-۳ پاسخ نوسان آزاد :

پاسخ نوسان آزاد دستگاه یک درجه آزادی عمومی ، با جایگزینی « Y » بجای « u » در رابطه های دستگاه یک درجه آزادی با جرم متمرکز بدست می آید :

$$\boxed{Y(t) = \exp(-\xi\omega \cdot t)[Y_0 Cos\,\omega_D t + \frac{\dot{Y}_0 + \xi\omega Y_0}{\omega_D} Sin\,\omega_D t]}$$

۴-۴ پاسخ نوسان اجباری :

اگر شتاب پایه همساز دارای معادله $\ddot{u}_g = \ddot{u}_{g_0}\, Sin\bar{\omega} \cdot t$ باشد انگاه پاسخ سازه برابر است با :

$$Y(t) = Y_P(t) + Y_C(t)$$

پاسخ سازه از روابط زیر قابل محاسبه است :

$$\boxed{Y_P(t) = \rho \cdot Sin\left(\bar{\omega}t - \phi\right)}$$

$$\rho = \lambda \frac{\ddot{u}_{g_0}}{\omega^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \longrightarrow \begin{cases} \phi = \tan^{-1}\left(\dfrac{2\xi\beta}{1-\beta^2}\right) \\ \beta = \dfrac{\bar{\omega}}{\omega} \end{cases}$$

پاسخ گذرا از رابطه زیر قابل دستیابی است :

$$\boxed{Y_C(t) = \exp(-\xi\omega \cdot t)[A \cdot Cos\,\omega_D t + B \cdot Sin\,\omega_D t]}$$

با توجه به شرایط اولیه $Y_0 = \dot{Y}_0 = 0$:

$$\begin{cases} A = \lambda\rho \cdot Sin\phi \\ B = -\lambda\rho \dfrac{\bar{\omega} \cdot Cos\phi - \xi\omega \cdot Sin\phi}{\omega_D} \end{cases}$$

نکته : پس از قطع شتاب پایه همساز ، نوسان آزاد با شرایط اولیه قطع شتاب پدید می آید .

۴-۵ شتاب پایه ضربه ای :

در صورتی که شتاب پایه وارده بر دستگاه یک درجه آزادی عمومی به شکل ضربه ای باشد ، آنگاه :

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

$$Y(t) = \lambda \exp\left(-\xi\omega \cdot \bar{t}\right)\frac{\int_0^{t_d} \ddot{u}_g}{\omega_D} \cdot Sin\,\omega_D \bar{t}$$

t_d : لحظه قطع شتاب ضربه ای پایه

$\bar{t} = t - t_d$

۴-۶ روش دوهامل :

با ضرب کردن پاسخ دستگاه یک درجه آزادی با جرم متمرکز در « λ » ، پاسخ دستگاه عمومی میرا زیر اثر شتاب پایه دلخواه ، با استفاده از از تابع اولیه دوهامل ، بشکل زیر خواهد شد :

$$Y(t) = \frac{\lambda}{\omega_D} U_D(t)$$

در این رابطه عامل « $U_D(t)$ » از همان روابط بخش ۳-۳-۴ ، فصل سوم بدست می آید.در این حالت نیروی وارد بر سازه با در نظر گرفتن یکسان بودن تقریبی ω_D, ω بشکل زیر قابل محاسبه است :

$$f(x,t) = \lambda \cdot \omega \cdot M(x)\psi(x)U_D(t)$$

برش پایه برابر با سطح زیر بار $f(x,t)$ در ارتفاع سازه است ، لذا با انتگرال گیری از ۰ تا H تابع فوق داریم :

$$V(t) = \frac{L}{M}\omega \cdot U_D(t)$$

همچنین لنگر واژگونی نسبت به پای سازه برابر است با :

$$M_o = \int_0^H f(x.t)x \cdot dx$$

این رابطه برای دستگاه های با جرم متمرکز و اجزای گسسته ، بشکل زیر در می آید :

$$M_o = \sum_{i=1}^{N}[\lambda \cdot \omega M_i \psi_i U_D(t)] \cdot x_i = \sum_{i=1}^{N} F_i \cdot x_i$$

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

تحلیل تاریخچه زمانی ۵

۵-۱ تحلیل شتاب زمینلرزه :

برای تحلیل یک سازه در برابر شتاب یک زمینلرزه مشخص می توان روش دوهامل را بکار برد . مطابق آیین نامه ، شتابنگاشت مورد استفاده برای ثبت شتاب پایه زلزله ، باید تا حد امکان نمایانگر حرکت واقعی زمین در محل ساخت بنا باشد . لذا باید دست کم نتایج دست کم ۳ شتابنگاشت در تحلیل سازه بکار رفته و با هم مقایسه شوند . این شتابنگاشت ها :

۱. یا دارای مدت زمان حرکت شدید حداقل ۱۰ ثانیه ای

۲. و یا دارای مدت زمان حرکت شدیدی ۳ برابر زمان تناوب اصلی سازه

هرکدام که بیشتر بود را دارا باشند . همچنین مطابق آیین نامه ایران برای موارد زیر استفاده از روشهای تاریخچه زمانی یا طیفی اجباری است :

a) سازه های منظم با ارتفاع بیش از ۵۰ متر از تراز پایه .

b) سازه های نامنظم با ارتفاع بیشتر از ۱۸ متر از تراز پایه و یا بیش از ۵ طبقه .

نکته مهم در این بحث اینست که در تحلیل تاریخچه زمانی اثر میرایی باید وارد گردد . در بررسی های جدید ، نسبت میرایی سازه های فولادی بین ۰٫۰۲-۰٫۰۵ و سازه های بتنی ۰٫۰۳-۰٫۰۸ ، برآورد شده است .
آیین نامه ایران ، میرایی را برای تمام سازه ها ، ۵ درصد بحرانی توصیه کرده است . این میرایی برای تحلیل در محدوده کشسان اعتبار دارد .

۵-۲ مقیاس کردن پاسخ :

مد زلزله ای که مبنای تحلیل تاریخچه زمانی قرار می گیرد ، دارای شتاب بیشینه ای است . ضریب این شتاب بیشینه که بر حسب شتاب ثقل است ، با « A_E » نشان داده می شود . از طرف دیگر ، سازه ها با توجه به منطقه قرار گیری شان ، برای شتاب بیشینه مشخصی طراحی می گردند ، که « **شتاب مبنای طرح** » نامیده می شوند .
این شتاب معمولاً برای زلزله ای با احتمال رخدادن ۱۰% در طی ۵۰ سال بدست می آید . در آیین نامه ۲۸۰۰ ، ۴ منطقه با خطر لرزه خیزی نسبی « **خیلی زیاد ، زیاد ، متوسط و کم** » تعریف شده است . برای هر یک از این مناطق ضریب شتاب مبنای طرح بر حسب g ، به ترتیب برابر با ۰٫۳۵ ، ۰٫۳ ، ۰٫۲۵ و ۰٫۲ می باشد . در نتیجه ، پاسخ تاریخچه زمانی باید در ضریب $\frac{A}{A_E}$ ضرب گردد تا اثر شتاب طرح وارد گردد .

از طرف دیگر ، بدلیل بی اطمینانی در تعیین نیروهای ناشی از زلزله ، ساختمان ها به ۴ گروه با اهمیت « **خیلی زیاد ، زیاد ، متوسط و کم** » تقسیم و برای آنها « **ضریب اهمیت** » که با I نشان داده می شود و به ترتیب برابر ۱٫۴ ، ۱٫۲ ، ۱٫۰ و ۰٫۸ است ، تعریف می گردد .
ضریب دیگری که در مقیاس کردن پاسخ سازه بکار می رود « **ضریب رفتار** » است که با R نشان داده می شود . این ضریب به عاملهایی نظیر ، شکل پذیری دستگاه سازه ، درجه نامعینی سازه و اضافه مقاومت موجود در آن بستگی دارد .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

با توجه به مطالب فوق ، باید نیروی ناشی از تحلیل سازه به روش تاریخچه زمانی را ، با ضریب مقیاس زیر تصحیح نمود :

$$\gamma_f = \frac{A}{A_E} \cdot \frac{I}{R}$$

همچنین ، از آنجا که تغییر مکانها ، دوباره با ضریب $0.7R$ تشدید می شوند ، ضریب مقیاس مربوطه از رابطه زیر بدست می آید :

$$\gamma_d = 0.7 \cdot \frac{A}{A_E} \cdot I$$

نکته : در نرم افزارهای کامپیوتری معمولاً ضریب مقیاس نیروهای وارد بر سازه تعریف می گردد ، و برای اعمال ضریب مقیاس جابجایی ، تغییر مکانهای سازه را در $0.7R$ ضرب می کنند .

نکته : در روش تحلیل تاریخچه زمانی ، نیروهای وارد بر سازه پس از مقیاس شدن چیزی در حدود ۱۰% وزن سازه است . در حالی که پیش از مقیاس کردن ، بیش از ۲ برابر وزن سازه است .

۵-۳ تشدید در هنگام زلزله :

منطبق شدن بسامد غالب زلزله با بسامد نوسان سازه ای می تواند منجر به پدیده ای به نام « **تشدید** » گردد . زمانهای تناوب غالب در خاکهای نرم بین ۰،۴-۰،۲ ثانیه و در خاکهای سفت حدود ۲ ثانیه و بیشتر است .

زمان تناوب سازه ها ، بطور تقریبی براب با $0.1N$ برآورد می شود که « N » تعداد طبقات آن می باشد . به این ترتیب ، با توجه به شرایط خاک محلی ، زمان تناوب غالب زلزله می تواند به زمان تناوب سازه های ویژه (سازه های بلند) نزدیک شود و پدیده تشدید را بوجود آورد .

معمولاً در خاک های نرم ، ساختمانهای بلند دچار تشدید می گردند ، چون زمان تناوب آنها زیاد است .

۵-۴ مراحل گام به گام مسائل تاریخچه زمانی :

گام ۱ : ابتدا $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$ را بدست می آوریم . M, K با توجه به ضوابط ویژه خودشان ، $\int$ برای جرمهای پیوسته ، و $\sum$ برای سازه های با جرم متمرکز محاسبه می شوند .

گام ۲ : $\xi = 0.05$ را در نظر می گیریم .

گام ۳ : با استفاده از انتگرال دوهامل با میرایی در حالت عادی u ها و در حالت مختصات عمومی Y ها را در فاصله های زمانی ۰،۰۱ یا ۰،۰۲ ثانیه بدست می آوریم .

گام ۴ : نمودار u بر حسب t را در حالت عادی و نمودار Y بر حسب t را در حالت مختصات عمومی رسم می کنیم .

گام ۵ : مجهولات مسأله را می یابیم .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

روش تحلیل دینامیکی طیفی ۶

۶-۱ مراحل گام به گام مسائل تحلیل دینامیکی طیفی :

گام ۱ : از طیف طرح مورد نظر (طیف طرح ایران ، نیومارک و یا هاسنر) S_a را می خوانیم .

گام ۲ : S_a خوانده شده از روی طیف را در g ضرب می کنیم .

گام ۳ : S_d و S_V را بدست می آوریم :

$$S_d = \frac{S_V}{\omega} = \frac{S_a}{\omega^2}$$

S_d : جابجایی

S_V : شبه سرعت

S_a : شبه شتاب

گام ۴ : با توجه به شتاب مقیاس طیف طرح γ_d, γ_f را می یابیم .

نکته :

۱- شتاب مقیاس طیف طرح هاسنر : $0.2g$

۲- شتاب مقیاس طیف طرح نیومارک هال : $1g$

۳- شتاب مقیاس طیف طرح ایران : $1g$

A : شتاب مبنای طیف طرح منطقه مورد نظر

A_S : شتاب مقیاس طیف طرح

$$\gamma_f = \frac{A}{A_S} \cdot \frac{I}{R}$$

C_d : ضریب تشدید

$$\gamma_d = C_d \frac{A}{A_S} \cdot \frac{I}{R} = C_d \gamma_f$$

نکته : ضریب تشدید در ایران برابر $0.7R$ می باشد .

گام ۵ : محاسبه ماکزیمم جابجایی :

۱- سازه یک درجه آزادی با جرم متمرکز

$$U_{\max} = \gamma_d S_d$$

۲- سازه یک درجه آزادی با مختصات عمومی

$$U_{\max}(x) = \gamma_d \cdot \lambda \cdot \psi(x) S_d$$

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

گام ۶ : محاسبه ماکزیمم برش پایه (نیرو) :

۱- سازه یک درجه آزادی با جرم متمرکز

$$V_{\max} = \gamma_f K \cdot S_d = \gamma_f M \cdot S_a$$

۲- سازه یک درجه آزادی با مختصات عمومی

$$V_{\max} = \gamma_f \frac{L^2}{M} S_a$$

$$F_{\max} = \gamma_f \lambda \cdot m(x) \psi(x) S_a$$

۶-۲ طیف طرح ایران :

B نسبت شتاب طیفی به شتاب ثقلی می باشد که از منحنی های طیف یا فرمول های آیین نامه ۲۸۰۰ بدست می آید :

$$B = \frac{S_a}{g} \Rightarrow S_a = B \cdot g \quad \text{و} \quad S_d = \frac{S_a}{\omega^2}$$

نکته : با توجه به آنکه شتاب مقیاس طیف طرح ایران $1g$ و ضریب تشدید تغییر مکان $0.7R$ می باشد ، γ_f, γ_d به شکل روبرو بدست می آید :

$$\gamma_d = 0.7AI$$

$$\gamma_f = \frac{AI}{R}$$

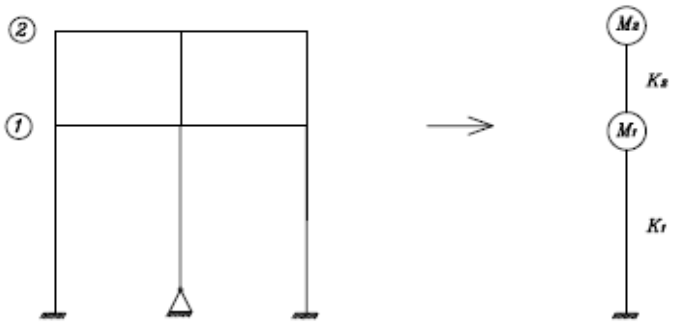
« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

ساختمانهای برشی ۷

۷-۱ فرضیات و معادله حرکت :

در ساختمانهای برشی برای ساده سازی این فرضیات انجام می گیرد :

۱. جرم کل سازه در تراز سقف در نظر گرفته می شود . تعداد درجه های آزادی با تعداد سقف ها برابر است .
۲. تیرهای سازه در مقایسه با ستون ها دارای سختی زیادی هستند . لذا تیرها دارای تغییر شکل محوری و خمشی نیستند .
۳. از تغییر شکل محوری ستون ها چشم پوشی می گردد ؛ لذا ، تغییر مکان جانبی طبقه ها و نیز سختی سازه ، تنها وابسته به تغییر شکل خمشی ستون ها و یا تغییر شکل برشی طبقه ها می باشد .



• سختی هر طبقه برابر با جمع سختی جانبی ستون های آن طبقه است .

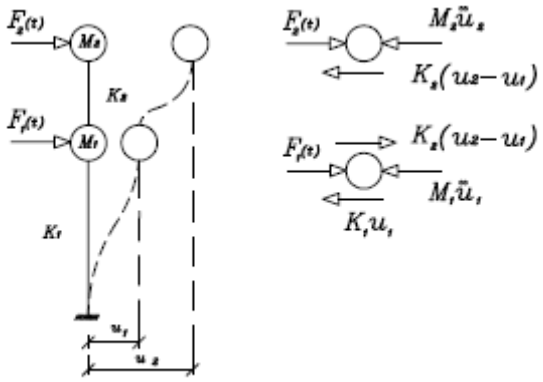
یادآوری : اگر پای ستون گیردار باشد ، سختی آن $\frac{12EI}{h^3}$ و اگر مفصلی باشد $\frac{3EI}{h^3}$ می باشد .

برای تعیین معادله حرکت ، قاب شکل (۱) را بصورت سازه ی طره ای شکل (۲) در می آوریم . معادله تعادل برای این سازه طره ای به آسانی نوشته می شود .

درابتدا از اثر میرایی چشم پوشی می کنیم . نیرو های وارد بر سازه عبارتند از : « **نیروی لختی ، کشسان و بار خارجی** » که در تراز سقف اعمال می گردد .

$$M_1\ddot{u}_1 + K_1u_1 - K_2(u_2 - u_1) = F_1(t)$$

$$M_2\ddot{u}_2 + K_2(u_2 - u_1) = F_2(t)$$



معادله فوق را می توان بصورت زیر مرتب کرد :

$$\begin{cases} M_1\ddot{u}_1 + (K_1 + K_2)u_1 - K_2u_2 = F_1(t) \\ M_2\ddot{u}_2 - K_2u_1 + K_2u_2 = F_2(t) \end{cases}$$

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

شکل ماتریسی این معادلات بصورت زیر خواهد بود :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix}}_{\text{ماتریس جرم}} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix}}_{\text{ماتریس سختی}} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix}$$

حال برای یک ساختمان برشی با N درجه آزادی (N طبقه) رابطه زیر را خواهیم داشت :

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{F(t)\}$$

ناتریس جرم بخاطر متمرکز بودن جرم ، بصورت قطری است . ماتریس سختی نیز یک ماتریس نواری است . در زمان زلزله ، معادله حرکت ساختمان برشی برابر است با :

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = [m]\{I\}\,\ddot{u}_g$$

در این رابطه $\{I\}$ دارای N سطر است و تمام درایه های ان ۱ است .

۷-۲ بسامد طبیعی و شکل مدها :

برای تعیین بسامدهای طبیعی نوسان ساختمانهای برشی ، از رابطه نوسان آزاد نامیرای آن آنها بشکل زیر استفاده می شود :

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\}$$

پاسخ سازه در نوسان آزاد سینوسی فرض شده و به این شکل است :

$$\{\ddot{u}(t)\} = \{u_0\}\,Sin\omega \cdot t$$

بردار $\{u_0\}$ همان دامنه نوسان است . با دوبار مشتق گیری از تابع فوق ، بردار شتاب بصورت زیر بدست می آید :

$$\{\ddot{u}(t)\} = -\omega^2\{u_0\}\,Sin\omega \cdot t$$

با جایگزین کردن مقادیر تغییر مکان و شتاب در معادله نوسان آزاد نامیرا و ساده کردن آن ، خواهیم داشت :

$$\left([K] - \omega^2[M]\right)\{u_0\}Sin\omega \cdot t = 0$$

برای اینکه معادله نوسان آزاد دارای پاسخ باشد ، باید رابطه زیر برقرار گردد :

$$\boxed{\left|[K] - \omega^2[M]\right| = 0}$$

رابطه مذبور ، « **معادله مشخصه** » نام دارد و پاسخهای آن ، توان دوم بسامدهای طبیعی نوسان نامیرا خواهند بود . لازم به ذکر است ، بسامدهای طبیعی ریشه های مثبت این مقادیر می باشند . این بسامدها به ترتیب از کوچک به بزرگ (ω_1 تا

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

ω_N) بسامد مود اول تا N ام نامیده می شوند .

نکته : بطور کلی ، بسامدهای دوران در آغاز زمینلرزه ، که جابجایی سازه کم است ، بیشتر است و بتدریج کاهش پیدا می کند . با نزدیک شدن به پایان زمان وارد شدن شتاب پایه ، بسامدهای سازه بخاطر رفتار غیر خطی آن ، کمی افزایش پیدا می کند .

نکته : با توجه به اینکه بردار شکل مد نشان دهنده تغییر مکانهای نسبی طبقات در ساختمانهای برشی هستند ، می توان تغییر مکان طبقه اول را یکه فرض کرد و تغییر مکان سایر طبقات را بر اساس آن یافت .

بردار شکل مد n ام ، که با $\{\phi_n\}$ نشان داده می شود برابر است با :

$$\{\phi_n\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ \{\bar{u}_{0n}\} \end{Bmatrix}$$

در این رابطه $\{\bar{u}_{0n}\}$ دارای $N-1$ سطر خواهد بود . حال با تعریف $[E^{(n)}] = [K] - \omega_n^2 [M]$ معادله نوسان آزاد بصورت زیر در خواهد آمد :

$$[E^{(n)}]\{u_{0n}\} = \{0\}$$

در نهایت می توان رابطه فوق را بصورت زیر نوشت :

$$\begin{bmatrix} e_{11}^{(n)} & E_{10}^{(n)} \\ E_{01}^{(n)} & E_{00}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \{\bar{u}_{0n}\} \end{Bmatrix} = \{0\}$$

با گسترش رابطه فوق می توان $\{\bar{u}_{0n}\}$ را بشکل زیر بیان کرد :

$$\boxed{\{\bar{u}_{0n}\} = -\frac{[E_{01}^{n}]}{[E_{00}^{n}]}}$$

لازم به ذکر است ، بردارهای شکل مو دارای ویژگی تعامدی نسبت به ناتریس جرم وسختی هستند . یعنی :

$$\{\phi_n\}^T [M] \{\phi_m\} = \{0\} \qquad n \neq m$$
$$\{\phi_n\}^T [K] \{\phi_m\} = \{0\} \qquad n \neq m$$

با توجه به این ویژگی می توان بردار تغییر مکان را بصورت ترکیب خطی از بردارهای شکل مد نوشت ، به عبارت دیگر داریم :

$$\{u(t)\} = [\Phi]\{y(t)\} = \sum_{n=1}^{N} \{\phi_n\} y_n(t)$$

در این رابطه عامل « y_n » دامنه نظیر شکل مد n ام نام دارد و بردار $\{y\}$ را بردار مختصات عمومی گویند . در واقع این رابطه ، تغییر مکانها را بر حسب مجموع مولفه های مدی ارائه می کنند . بر همین اساس تغییر مکان طبقه i ام از رابطه زیر بدست می آید :

$$\boxed{u_i(t) = \sum_{n=1}^{N} \phi_{in} y_n(t)}$$

نکته : اگر سازه بشکل مد اول تغییر مکان پیدا کند و سپس رها گردد ، سازه بشکل مد اول و با فرکانس ω_1 نوسان می کند ، بطوریکه نسبت $\frac{\phi_{21}}{\phi_{11}}$ ثابت می ماند .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

۳-۷ مراحل گام به گام تعیین بسامد طبیعی سازه :

گام ۱ : ماتریس جرم سازه را که ماتریسی قری است ، تشکیل می دهیم .

گام ۲ : ماتریس سختی سازه را تشکیل می دهیم .

گام ۳ : پس از تشکیل ماتریس $[K]-\omega^2[M]$ و مساوی صفر قرار دادن دترمینان آن ، با تعیین جوابهای مثبت ω جواب ها را از کوچک به بزرگ تنظیم می کنیم .

گام ۴ : ماتریس $\left[E^{(n)}\right]$ را (n شماره مد است) برای هر یک از مدها (بسامدها) تشکیل می دهیم .

$$\left[E^{(n)}\right]=[K]-\omega_n^2[M]$$

حال اجزای ماتریس $\left[E^{(n)}\right]$ را بصورت روبرو نامگذاری می کنیم :

$$\begin{bmatrix} \left[e_{11}^{(n)}\right] & \left[\ldots e_{1N}^{(n)}\right] \\ \left[\begin{matrix}\vdots \\ \ldots e_{N1}^{(e)}\end{matrix}\right] & \left[\begin{matrix}\vdots \\ \ldots e_{NN}^{(n)}\end{matrix}\right] \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} e_{11}^{(n)} & E_{10}^{(n)} \\ E_{01}^{(n)} & E_{00}^{(n)} \end{bmatrix}$$

گام ۵ : برای هر مد بردار روبرو را تشکیل می دهیم :

$$\left\{\bar{u}_{0n}\right\}=-\frac{\left[E_{01}^{(n)}\right]}{\left[E_{00}^{(n)}\right]}$$

بردار شکل مد n ام : $\{\phi_n\}=\begin{Bmatrix}1\\ \{\bar{u}_{0n}\}\end{Bmatrix}$

نکته : ماتریس شکل مد با روی هم گذاری تمام بردارهای شکل مد برپا می گردد .

گام ۶ : محاسبه تغییر مکان طبقه i ام :

$$u_i(t)=\sum_{n=1}^{N}u_{in}(t)=\sum_{n=1}^{N}\phi_{in}Y_n(t)$$

i : طبقه

n : مد

u_{in} : تغییر مکان مدی

نکته : بردار شکل مد $\{\phi\}$ مشابه تابع شکل (ψ) در مختصات عمومی است .

حال می توانیم Y مورد نیاز را به دو روش بدست آوریم :

۱ - روش تاریخچه زمانی ۲ - روش طیفی

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

گام ۷ : تعیین L_n, K_n, M_n :

$$\begin{cases} M_n = \{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\} = \sum_{i=1}^{N} \phi_{in}^2 \cdot m_i \\ K_n = \{\phi_n\}^T [K] \{\phi_n\} = \omega_n^2 M_n \\ L_n = \{\phi_n\}^T [M] \{1\} = \sum_{i=1}^{N} \phi_{in} m_i \end{cases}$$

۷-۴ تحلیل تاریخچه زمانی :

با بکار بردن مختصات عمومی در معادله حرکت دستگاه چند درجه آزادی نامیرا در زمان زلزله ، داریم :

$$[M][\Phi]\{\ddot{y}\} + [K][\Phi]\{y\} = [M]\{I\}\ddot{u}_g$$

با ضرب $[\Phi]^T$ در دو سوی معادله فوق و با توجه به ویژگی تعامدی مدها داریم :

$$\{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\} \ddot{y} + \{\phi_n\}^T [K] \{\phi_n\} y = \{\phi_n\}^T [M] \{I\} \ddot{u}_g$$

در نهایت معادله بالا را می توان بشکل ساده شده ی زیر نوشت :

$$\boxed{M_n \ddot{y}_n + K_n y_n = L_n \ddot{u}_g}$$

عامل های این رابطه به شرح زیر تعریف می گردند :

$$\begin{cases} M_n = \{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\} \\ K_n = \{\phi_n\}^T [K] \{\phi_n\} = \omega_n^2 M_n \\ L_n = \{\phi_n\}^T [M] \{I\} \end{cases}$$

با توجه به قطری بودن ماتریس جرم ، می توان نوشت :

$$\begin{cases} M_n = \sum_{n=1}^{N} \phi_{in}^2 M_i \\ L_n = \sum_{n=1}^{N} \phi_{in} M_i \end{cases}$$

از تقسیم دو سمت معادله داخل کادر بر M_n ، معادله حرکت در مد nام بشکل زیر در می آید :

$$\boxed{\ddot{y}_n + \omega_n^2 y_n = \lambda_n \ddot{u}_g}$$

در این رابطه :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_n}{M_n}} \quad \text{و} \quad \lambda_n = \frac{L_n}{M_n}$$

همچنین برای در نظر گرفتن میرایی ، و با فرض اینکه بردارهای شکل مد دارای ویژگی تعامد نسبت به ماتریس میرایی باشند ، می توان نوشت :

$$\boxed{\ddot{Z}_n + 2\xi\omega_n \dot{Z}_n + \omega_n^2 Z_n = \ddot{u}_g}$$

این معادله همانند معادله حرکت یک دستگاه یک درجه آزادی با جرم متمرکز است . همچنین با توجه به رابطه بخش قبل

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

برای تغییر مکان ، داریم :

$$u_i(t) = \sum_{n=1}^{N} u_{in}(t) = \sum_{n=1}^{N} \phi_{in} \lambda_n Z_n(t)$$

بر این اساس معادله تغییر مکان طبقه ها بشکل زیر در می آید :

$$\boxed{\{u(t)\} = \sum_{n=1}^{N} \{\phi\}^T \lambda_n Z_n(t)}$$

نیروی وارد بر سازه ، در هر لحظه بر حسب شتاب وارد بر جرم نوشته می شود ، و با روی هم گذاری اثر مدها داریم :

$$\boxed{F_i(t) = \sum_{n=1}^{N} F_{in}(t) = \sum_{n=1}^{N} M_i \phi_{in} \lambda \cdot \omega_n^2 Z_n(t)}$$

برش پایه در هر مد ، با جمع نیروی وارد بر طبقه ها در همان مد بشکل زیر بدست می آید :

$$\boxed{V_n(t) = \{l\}^T \{F_n(t)\} = \sum_{n=1}^{N} F_{in} = \frac{L_n^2}{M_n} \omega_n^2 \cdot Z_n(t)}$$

در این رابطه عامل $\frac{L_n^2}{M_n}$ جرم موثر مد nام نامیده می شود و نشانه آن M_{ne} است . مجموع جرم موثر همه مد ها برابر با جرم کل سازه می شود .

پخش برش پایه در یک مد ویژه برابر است با :

$$\boxed{F_{in} = V_n \frac{M_i \phi_{in}}{\sum_{j=1}^{N} M_j \phi_{jn}}}$$

رابطه فوق را می توان بشکل ماتریسی زیر هم نوشت :

$$\{F_n(t)\} = \frac{[M]\{\phi_{in}\} V_n}{L_n}$$

نکته : مقدار مشارکت جرم معمولاً در مدهای اولیه بیشتر از مدهای بعدی است . لذا در نظر گرفتن چند مد اول برای بدست آوردن تغییر مکانها و نیروها با دقت مناسب کافی خواهد بود ؛ به همین جهت در آیین نامه ایران در نظر گرفتن :

۱. سه مداول نوسان
۲. تمام مدهای با زمان تناوب بیشتر از ۰٫۴ ثانیه
۳. تمام مدهای نوسانی که مجموع جرم های موثر مدی در آنها بیشتر از ۹۰ درصد جرم کل سازه باشد

هر کدام که بیشتر باشد ، ضروری است .

۷-۵ مراحل گام به گام روش تاریخچه زمانی :

گام ۱ : هفت گام کفته شده در بند ۷-۳ را انجام می دهیم تا L_n, K_n, M_n, ϕ_n را برای هر مد تعیین می کنیم .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

گام ۲ : به کمک رو ش دوهامل پاسخ معادله زیر را با روش تاریخچه زمانی بدست می آوریم :

$$\ddot{Z}_n + 2\xi\omega_n \dot{Z}_n + \omega_n^2 Z_n = \ddot{u}_g$$

بعبارتی $Z_n = \dfrac{U_n(t)}{\omega_n}$ می باشد که U_n مقدار تابع اولیه دوهامل به ازای $\omega = \omega_n$ است .

گام ۳ : محاسبه تغییر مکان طبقه i ام در یک لحظه معین با تحلیل تاریخچه زمانی :

$$u_i(t) = \sum_{n=1}^{N} u_{in}(t) = \sum_{n=1}^{N} \phi_{in} Y_n(t)$$

بردار تغییر مکان

$$\{u(t)\} = \sum_{n=1}^{N} \{\phi\}_i^T \lambda_n Z_n(t)$$

گام ۴ : محاسبه نیروی طبقه i ام در یک لحظه معین با تحلیل تاریخچه زمانی :

$$\ddot{Z}_n(t) = \omega_n^2 \cdot Z_n$$

$$F_i(t) = \sum_{n=1}^{N} F_{in}(t) = \sum_{n=1}^{N} M_i \phi_{in} \lambda \cdot \omega_n^2 Z_n(t)$$

$$\{F_n(t)\} = [M]\{\phi_n\}\lambda_n \cdot \omega_n^2 \cdot Z_n(t)$$

گام ۵ : تعیین برش پایه مد n ام :

که با جمع نیروی وارد به طبقه ها در همان مد حساب می شود :

$$V_n(t) = \sum_{i=1}^{N} F_{in} = \frac{L_n^2}{M_n} \omega_n^2 \cdot Z_n(t)$$

گام ۶ : توزیع برش پایه مد n ام :

$$F_{in} = V_n \frac{M_i \phi_{in}}{\sum_{j=1}^{N} M_j \phi_{jn}}$$

گام ۷ : نیروهای وارد بر سازه و تغییر مکانهای آنرا با ضرایب مقیاس اصلاح می کنیم .

۷-۶ بکار بردن طیف طرح :

بیشترین مقدار تغییر مکان و نیروی یک مد ویژه را می توان با جایگزینی S_{dn} به جای $Z_n(t)$ و S_{an} بجای $\omega_n^2 Z_n(t)$ در رابطه پیشین بدست آورد . عاملهای S_{dn} و S_{an} مقدارهای طیفی محاسبه شده به ازای $T_n = \dfrac{2\pi}{\omega_n}$ می باشد . که T_n زمان تناوب مد n ام سازه است .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

$$\begin{cases} u_{in})_{\max} = \phi_{in}\lambda_n \cdot S_{dn} \\ F_{in})_{\max} = M_i\phi_{in}\lambda_n \cdot S_{an} \\ V_n)_{\max} = \dfrac{L_n^2}{M_n} S_{an} \end{cases}$$

پاسخ کل بیشینه را نباید با جمع کردن مقدارهای بیشینه مدی بدست آورد . زیرا پاسخهای بیشینه هم زمان نبوده و از همه مهمتر هم راستا نیز نمی باشند .

۷-۴ -۱ روش « *SRSS* » :

در این روش پاسخ های مدی بر اساس رابطه زیر ترکیب می گردند :

$$r = \sqrt{\sum_{n=1}^{NM} r_n^2}$$

در این معادله r_n ، هر پاسخ مدی بیشینه می باشد . عاملهای NM هم تعداد مدهای مورد استفاده برای تعیین پاسخ است .

۷-۴ -۲ روش « *CQC* » :

اگر سازه ای زمانهای تناوب مدهای مختلف بهم نزدیک باشند ، از رابطه زیر استفاده می گردد :

$$r = \sqrt{\sum_{m=1}^{NM}\sum_{n=1}^{NM} \rho_{mn} r_m r_n}$$

در این رابطه n,m دو مد مختلف اند و ρ_{mn} ضریب همبستگی مدهای مذبور نام دارد . همچنین رابطه بالا را به شکل زیر هم می توان نوشت :

$$r = \sqrt{\sum_{n=1}^{NM} r_n^2 + \sum_{m=1}^{NM}\sum_{n=1}^{NM} \rho_{mn} r_m r_n}$$

نکته : در رابطه فوق و در حاصل جمع دوم $m \neq n$ خواهند بود .

نکته : حاصل جمع دوم می تواند مثبت یا منفی باشد . بنابراین پاسخ های روش « CQC » امکان دارد بیشتر و یا کمتر از شیوه « $SRSS$ » گردد .

۷-۴ -۳ ضریب همبستگی :

$$\rho_{mn} = \frac{8\sqrt{\xi_m \xi_n}\,(\xi_m + \beta_{mn}\xi_n)\beta_{mn}^{1.5}}{(1-\beta_{mn}^2)^2 + 4\xi_m\xi_n\beta_{mn}(1+\beta_{mn}^2) + 4\left(\xi_m^2 + \xi_n^2\right)\beta_{mn}^2}$$

در این رابطه ξ_m, ξ_n به ترتیب ، میرایی در مدهای m,n هستند . عامل β_{mn} نیز بصورت $\dfrac{\omega_m}{\omega_n}$ تعریف می گردد .

نکته : به ازای $m = n$ ، ρ_{mn} برابر یک خواهد شد . بعلاوه اگر میرایی هر مد برابر صفر گردد ، ρ_{mn} نیز مساوی صفر می شود . لذا در هر دو روش یک جواب حاصل می گردد .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

برای میرایی ثابت در تمام مودها ، و فرض $\xi_m = \xi_n = \xi$ ، می توان رابطه ساده شده ی زیر را بکار برد :

$$\rho_{mn} = \frac{8\xi^2(1+\beta_{mn})\beta_{mn}^{1.5}}{(1-\beta_{mn}^2)^2 + 4\xi^2\beta_{mn}(1+\beta_{mn}^2)^2}$$

نکته : با رسم نمودار ρ_{mn} بر حسب β_{mn} می توان نتیجه گرفت ، که ضریب همبستگی تنها به ازای مقادیر β_{mn} نزدیک به یک ، مقدار قابل توجهی دارد و در بقیه نسبتهای بسامد دو مد مختلف ، قابل چشم پوشی است .

نکته : بر اساس آیین نامه ایران ، نسبت میرایی برای تمام مدها برابر با ۰٫۰۵ می باشد ، لذا رابطه فوق بشکل زیر خواهد شد:

$$\boxed{\rho_{mn} = \frac{0.02\xi^2(1+\beta_{mn})\beta_{mn}^{1.5}}{(1-\beta_{mn}^2)^2 + 0.01\beta_{mn}(1+\beta_{mn}^2)^2}}$$

نکته : هیچکدام از روشهای « CQC » و « $SRSS$ » ، برای سازه های با بسامد بزرگ مناسب نیستند .

نکته : برش پایه هر مد ، با روی هم گذاری برش پایه در مدهای مختلف بدست می آید . به همین دلیل ، برش پایه کل سازه قابل پخش میان طبقه ها نیست . یعنی :

$$F_{in} = V_n \frac{M_i\phi_{in}}{\sum_{j=1}^{N} m_j\phi_{jn}}$$

نکته : آیین نامه ایران لازم می داند در صورتی که زمان تناوب دو مد بکار رفته در تحلیل سازه کمتر از ۱٫۵ باشد ، روش « CQC » و در غیر اینصورت شیوه « $SRSS$ » مورد استفاده قرار گیرد .

۷-۷ مراحل گام به گام روش تحلیل طیفی :

گام ۱ : هفت گام کفته شده در بند ۷-۳ را انجام می دهیم تا L_n, K_n, M_n, ϕ_n را برای هر مد تعیین می کنیم .

گام ۲ : تعیین عاملهای S_{dn} و S_{an} مقدارهای طیفی محاسبه شده به ازای $T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$ می باشد . که T_n زمان تناوب مد nام سازه است .

$$S_{dn} = \frac{S_{an}}{\omega_n^2} = \frac{B\cdot g}{\omega_n^2} \quad \text{و} \quad \text{آیین نامه ایران} \Rightarrow B\cdot g = S_{an}$$

گام ۳ : تعیین ضریبهای مقیاس نیرو و تغییر مکان :

$$\gamma_d = 0.7\frac{A}{A_S}I$$

$$\gamma_d = \frac{A\cdot I}{A_S\cdot R}$$

شتاب مقیاس ایران A_S برابر ۱ است .

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »

گام ۴ : تعیین پاسخهای مدی بیشینه :

که آنها را در هر مد یافته سپس ترکیب مدی می کنیم :

تغییر مکان طبقه i ام در مد n ام :

$$u_{in\max} = \phi_{in} \cdot \lambda_n \cdot S_{dn}$$

نیروی وارد بر طبقه i ام در مد n ام :

$$F_{in\max} = m_i \cdot \phi_{in} \cdot \lambda_n \cdot S_{an}$$

برش پایه در مد n ام :

$$V_n(t) = \sum_{i=1}^{NM} F_{in\max} = \frac{L_n^2}{M_n} S_{an}$$

پخش برش پایه در مد n ام :

$$F_{in} = V_n \frac{M_i \phi_{in}}{\sum_{j=1}^{N} M_j \phi_{jn}}$$

لنگر واژگونی در مد n ام :

$$M_{on} = \sum_{i=1}^{N} F_{in} h_n$$

h_n : فاصله از تراز پایه

گام ۵ : تعیین روش مناسب برای ترکیب پاسخ های مدی .

$$\beta_{mn} = \frac{\omega_m}{\omega_n} = \frac{\text{بسامد بزرگتر}}{\text{بسامد کوچکتر}}$$

$$\begin{cases} if : \beta_{mn} < 1.5 \Rightarrow USE : CQC \\ if : \beta_{mn} > 1.5 \Rightarrow USE : SRSS \end{cases}$$

« کلیه حقوق این مطلب متعلق به وب سایت موج عمران بوده و هرگونه کپی برداری از آن پیگرد قانونی دارد »